

UOT 619.6

**İDARƏ TƏSİRİ İNTEQRAL MƏHDUDİYYƏTLƏ BAĞLI OLAN  
BİR STOXASTİK OPTİMALLAŞDIRMA MƏSƏLƏSİ HAQQINDA**

**Ə.H.NAĞIYEV\*, F.A.ƏLİYEV\*\***

*\*Sumqayıt Dövlət Universiteti*

*\*\*Bakı Dövlət Universiteti*

*nashfn@hotmail.ru*

*Fasiləsiz istehsal proseslərində verilmiş planlaşdırma periodu ərzində qurğuların xarici təsirlərin təsadüfi dəyişmələrinə uyğunlaşdırılaraq, optimal yükləndirilməsi məsələsi stoxastik approksimasiya məsələsi kimi qarşıya qoyulur. Göstərilir ki, əks rabitə prinsipi əsasında tərtib edilmiş həll alqoritmi optimal çəki funksiyasının təyin olunma məsələsinə gətirilərək, həll edilə bilər. Məsələnin imitasiya modelləşdirilməsi yolu ilə həllinin bir varian-tının nəticələri müzakirə edilir.*

**Açar sözlər:** *fasiləsiz istehsal proseslərinin optimal yükləndirilmə məsələsi, imitasiya modelləşdirilməsi, əks rabitə prinsipi.*

İdarəetmə praktikasında xarici təsirlər altında fəaliyyət göstərən bir sıra istehsal proseslərini göstərmək olar ki, onlar üçün tərtib olunmuş statik optimallaşdırma məsələlərində idarəetmə parametrinə bərabərlik şəklində inteqral tipli məhdudiyət irəli sürülür. Hissə-hissə arasıkəsilməz idarəetmə funksiyasının verilmiş qiymətinin əldə edilməsi şərti və bu şərtin ödənilməsi son zaman nöqtəsinin verilmiş kəmiyyət olması, belə məsələlərin terminal idarəetmə məsələləri ilə yaxınlığı təsəvvürü yaradır. Lakin belə oxşarlıq sırf formal xarakter daşıyır. Əvvəla baxılan tip məsələlərdə optimallaşdırılan prosesdə keyfiyyət göstəricisi statik asılılıqla ifadə edilmiş olur, digər tərəfdən isə terminal məhdudiyət burada vəziyyət dəyişməsinə deyil, məhz idarə funksiyasına qarşı irəli sürülmüş olur. Bu tip məsələlərin təzahür etdiyi dairənin kifayət qədər geniş olmasına baxmayaraq [1-3], məhz bu məsələnin idarəetmə nəzəriyyəsi və praktikasında işlənməmiş olduğu aşkar edilmişdir.

Şübhəsiz, bir çox stoxastik məsələlərin həllində olduğu kimi bu məsələnin də həllində ümumi strategiya kimi pozision idarəetmə prinsipi [4] əsas qəbul edilməlidir.

Baxılan işdə məsələnin həlli üçün tərtib edilmiş bir əks rəbitə mexanizmi diqqətə çatdırılır və sintez edilmiş belə əks rəbitə ilə əlaqədar meydana çıxan optimal idarəetmə məsələsinin həlli üçün metodiki əsaslar araşdırılır, alınmış nəticələr şərh edilir.

### Məsələnin qoyuluşu

Fərz edək ki, hər hansı bir fasiləsiz istehsal prosesində məhsulun keyfiyyətini xarici həyəcanlandırıcı təsir ilə əlaqələndirən aşağıdakı funksiya mövcuddur:

$$F = F[x(t), u(t)] \quad (1)$$

harada ki,  $x(t)$  – həyəcanlandırıcı təsirdir və nəzərdə tutulur ki, onun üçün statistik paylanma funksiyası məlumdur, yəni  $0 < x < \infty$  intervalında təyin olunmuş  $\varphi(x)$  empirik paylanma funksiyası məsələnin ilkin şərtlərindən birini təşkil edir. Digər tərəfdən, hesab edilir ki, idarəetmə funksiyası olan  $u(t)$  üçün  $u \in U$  oblastı və planlaşdırma periodunun sonu olan  $T$  zaman anı verilmiş kəmiyyətlərdir.

Məsələni xarakterizə edən əsas əlamət odur ki,  $t \in [0, T]$  intervalında idarəetmə funksiyası üçün aşağıdakı bərabərlik tipli inteqral məhdudiyət şərti gözlənilməlidir:

$$\int_0^T u(t) dt = G \quad (2)$$

Burada  $G$  – verilmiş sabit kəmiyyət olub, verilmiş  $T$  periodunun axırında istehsalın həcmi ifadə edir.

Optial idarəetmə məsələsini aşağıdakı kimi ifadə edə bilərik:

$$\begin{aligned} \int_0^T F[x(t), u(t)] dt \rightarrow \max \\ \int_0^T u(t) dt = G \end{aligned} \quad (3)$$

### Həllin alqoritmləşdirilməsi

Qarşıya qoyulmuş bu stoxastik idarəetmə məsələsini keyfiyyət göstəricisinin maksimuma, inteqral məhdudiyət şərtinə görə meylətin isə minimuma yönəldilməsini təmin edən əks rəbitə həyata keçirmə yolu ilə həll etmək mümkündür. Aşağıdakı əks rəbitə konstruksiyasını daxil edək:

$$I[\varphi(x), \lambda^{opt}(t)] = \max_{\substack{\lambda(t) \\ t \in [0, T]}} \int_0^\infty \varphi(x) \cdot \left\{ \max_{u \in U} \left[ F(x, u) - \lambda(t) \left( u - \frac{G - \int_0^t u(t) dt}{T - t} \right)^2 \right] \right\} dx \quad (4)$$

Burada  $\lambda(t)$  – variasiya olunan funksiyadır.

Əgər hər hansı metod tətbiq etməklə optimal  $\lambda(t)$  funksiyası sintez oluna bilərsə, o zaman  $t \in [0, T]$  intervalının ixtiyari nöqtəsində

$$\max_{u_n \in U} \left[ F(x, u_n) - \lambda^{opt}(t_n) \left( u_n - \frac{G - \int_0^{t_n} u(t) dt}{T - t_n} \right)^2 \right] \quad (5)$$

ifadəsinə maksimum gətirən  $u_n$  ədədinin axtarılması məsələsi ilə (3) məsələsi arasında izomorfizm olduğunu iddia edə bilərik.

Göründüyü kimi, məsələnin həlli  $x(t)$  – həyəcanlandırıcı təsirinə tabe olduğu  $\varphi(x)$  paylanma funksiyasından asılıdır.

Qeyd edək ki, ümumən qarşıya qoyulmuş optimal idarəetmə məsələsini, yəni  $\lambda^{opt}(t); t \in [0, T]$  funksiyasının təyin edilmə məsələsini iterativ qaydada ardıcıl yaxınlaşma üsulu ilə təyin etmək olar. Ardıcıl yaxınlaşma mexanizminin əsası kimi optimal idarəetmənin riyazi gözləməsinin zamana qarşı invariantlığı meyarını istifadə etmək olar.

Digər yol imitasiya modelləşdirilməsi yoludur ki, bir çox aspektlər baxımından çox effektiv görünür. Baxılan məsələ ilə əlaqədar imitasiya sisteminin əsasında  $\varphi(x)$  paylanma funksiyasına malik  $x(t_n)$  təsadüfi kəmiyyətinin hesablaşma eksperimenti yolu ilə generasiya edilməsi təşkil edir. Generasiya edilmiş  $x(t_n)$  xarici təsirinə müvafiq olaraq (5) ifadəsinə görə  $u(t_n); t_n \in [0, h, 2h, \dots, nh, \dots, T]$  ardıcılığını təyin etmək və bundan sonra “empirik seçmə” prinsipi əsasında  $\lambda(t); t \in [0, T]$  optimal yaxınlaşmasını əldə etmək mümkündür. Beləliklə, qarşıya imitasiya modelləşdirilməsi yolu ilə stoxastik approksimasiya məsələsi qarşıya qoyulmuş olur.

Məsələnin həllini təmin edən  $\lambda^{opt}(t); t \in [0, T]$  funksiyasının sintezini iki meyarla nəzərən həyata keçirmək lazım gəlir. Bu meyarlardan biri optimal keyfiyyət göstəricisi, digəri isə terminal hissəni xarakterizə edən yetərlik meyarıdır. Yetərlik meyarının optimallıq meyarına nəzərən qiymətləndirilməsini çəki əmsallarının daxil edilməsi yolu ilə həyata keçirmək lazım gəlir.

Optimallıq və yetərlik meyarlarının qiymətləndirmə şkalalarını müəyyən edək. Bunun üçün  $F(x, u)$  funksiyasının qiymətlər oblastunda maksimal amplitudu qeyd edərək, onu aşağıdakı kimi normallaşdıraraq:

$$h^{op} = (F_{x \in X, u \in U}^{\max} - F_{x \in X, u \in U}^{\min}) / F_{x \in X, u \in U}^{\max}; h^{op} \in [0, 1] \quad (6)$$

Yetərlik şkalasını daxil edək, yəni aşağıdakı nisbi kəmiyyəti hesablayaq:

$$h^{dos} = \left[ 1 + \left( G - \int_0^T u(t) dt \right)^2 G^{-2} \right]^{-1}; h^{acc} \in [0,1]. \quad (7)$$

Optimallıq və yetərlik meyarlarının nisbətərindən kriteriyalar üçün çəki əmsallarının iterasiya prosesinin cari qiymətləri kimi istifadə edək:

$$\lambda(t) = h^{acc}(t) / h^{op}(t) \quad (8)$$

Daha sonra  $\lambda(t)$  funksiyalarını daxil olduğu  $L$  sonlu çoxluğu içərisindən “variantlar seçimi” üsulu ilə kompüter eksperimenti əsasında bir-bir yoxlayaraq, optimal variant, yəni  $\lambda^{opt}(t); t \in [0, T]$  funksiyası təyin edilməlidir.

Bu imitasiya sisteminin sintezinin mühüm elementindən biri verilmiş ixtiyari empirik  $y = \varphi(x)$  funksiyasına malik olan psevdo təsadüfi ədədlər generatorunun yaradılması hesab edilə bilər. Bu məsələdə əsas alqoritmik istiqamət bərabər paylanma funksiyalı psevdotəsadüfi ədədlər generatorundan istifadə yolu ola bilər [5]. Verilmiş  $y = \varphi(x)$  funksiyasına tərs olan və daxili intervallarda hissə-hissə approksimasiya edilən

$$x = \varphi_i^{-1}(\xi_i); \xi_i \in [y_{i-1}, y_i]; i = \overline{1, k} \quad (9)$$

funksiyasının əldə edilməsi imitasiya sistemində əsas mərhələlərdən birini təşkil edir. Yazılmış (9) ifadəsində  $k$  – empirik paylanma funksiyasına tərs olan  $y = \varphi^{-1}(x)$  funksiyasında qarşılıqlı inikasın yeganəlik şərtinin pozulmalarının sayını göstərir.

Qeyd edək ki, MATLAB mühitində verilmiş paylama funksiyalı psevdotəsadüfi ədədlər generatoru mövcuddur. Normal paylanma funksiyası ilə əlaqədardırsa, onun tərs funksiyası “norminv (parametr)” standart prosedür kimi qeyd olunmuşdur.

$\lambda^{opt}(t)$ -funksiyasının sintezi aşağıdakı məsələ üçün nümunəvi variantda həll edilmiş və nəticələr əldə edilmişdir:

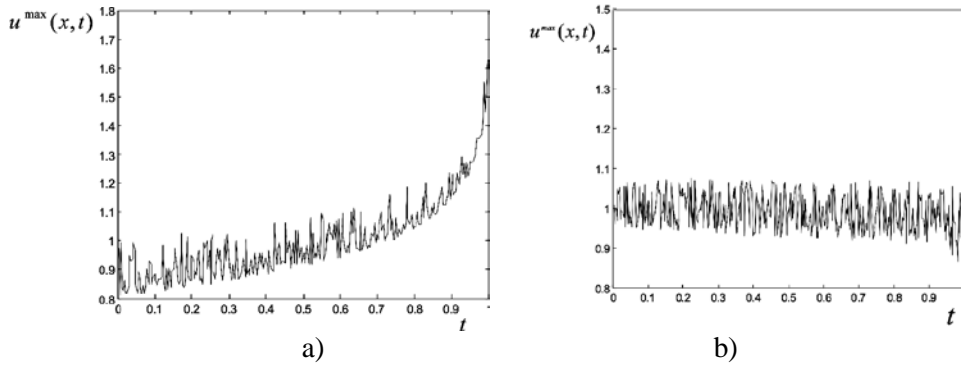
$$F = \frac{1}{(1+x)^u}; 0.6 < u < 2; 0 < x < 1; G = 1, T = 1. \quad (10)$$

Məsələnin həlli  $[0, T]$  intervalının 15 hissəyə bölünməsi və alınmış düyün nöqtələrində sintez olunacaq funksiyanın variasiya edilən  $\lambda_{n+1}; i = \overline{1, 15}$  qiymətləri yerləşdirilmişdir. “Variant seçmə” üsulu ilə əldə edilən nəticələr şəkil 2-də göstərilmişdir.

Şəkildə müqayisə üçün optimal olmayan  $\lambda(t); t \in [0, T]$  və optimal olan  $\lambda^{opt}(t); t \in [0, T]$  funksiyaların götürüldüyü iki hala uyğun nəticələr qarşı-qarşıya qoyulur. Həmin şəklin a) hissəsində göstərilmiş nəticə  $\lambda(t); t \in [0, T]$  tənzimləmə funksiyasının intervalın başlanğıc hissəsində kiçik qəmətlər aldığı hala uyğun gəlir. Bu halda maksimalıq meyarına yetərlik meyarından daha

çox üstünlük verilir. Bu səbəbdən intervalın ikinci hissəsində meyletmə çoxaldığı üçün orta qiymətin getdikcə yüksələn artımı müşahidə edilir.

Şəkil 2-nin b) variantında tənzimləyici  $\lambda^{opt}(t); t \in [0, T]$  funksiyası istifadə olunduğu halı əks etdirir. Optimallıq və yetərlik meyarlarının nisbətlərinin interval üzrə məhz optimal bölüşdürülməsi nəticəsində  $u(t)$  idarəetmə funksiyasının orta qiymətinin interval daxilində sabit qaldığı müşahidə edilir.



**Şəkl. 2.**  $\lambda(t); t \in [0, T]$  tənzimləyici çəki funksiyasının qeyri-optimal (a) və optimal (b) variantlarında məsələnin həll nəticələri.

## NƏTİCƏ

Fasiləsiz istehsal proseslərində qurğunun yükləndirilməsinin xarici təsir amilləri ilə əlaqələndirilməsinin prosesin ümumən optimallıq göstəricilərinə çox mühüm təsiri vardır. Verilmiş planlaşdırma dövrü üçün istehsal tapşırıqlarının gözlənilməsi şərti daxilində qurğunun yüklənmə diaqramının optimal sintezi məsələsi riyazi olaraq qarşıya qoyulmuş və imitasiya modelləşdirilməsi yolu ilə həll edilmişdir.

## ƏDƏBİYYAT

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
2. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973.
3. Евдокимов С.Н. и др. Терминальный алгоритм управления продольным движением спускаемого аппарата с ограничением перегрузки // Изв. РАН. ТиСУ, 2012, №5, с.102-117.
4. Красильщиков М.Н., Сыпало К.И. Самонаведение высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета в атмосфере // Изв. РАН. ТиСУ, 2011, №6, с.128-143.
5. Nağıyev Ə.H., Həşimova H.M., Əliyeva F.A. Dəyişən həcmli realizasiyaları əsasında psevdotsadüfi ədədlər generatorlarının testləndirilməsinə dair. SDU-nun Elmi Xəbərləri, c.12, N3, 2012, s.52-55.

**ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ  
С ИНТЕГРАЛЬНЫМ ОГРАНИЧЕНИЕМ НА УПРАВЛЕНИЕ**

**А.Г.НАГИЕВ, ФА.АЛИЕВА**

**РЕЗЮМЕ**

Сформулирована задача оптимальной загрузки непрерывных производственных процессов в соответствие со случайным изменением внешних возмущающих факторов. Показано, что с введением некоторой конструкции, осуществляющей обратную связь, задача может быть сведена к задаче стабилизации соотношения коэффициентов весов для критериев оптимальности и достижимости. Обсуждаются результаты одного варианта имитационного решения задачи.

**Ключевые слова:** задача оптимального нагружения непрерывных производственных процессов, имитационное моделирование, принцип обратной связи.

**ABOUT THE SAME OPTIMIZATION PROBLEM WITH AN INTEGRAL  
CONSTRAINT ON THE CONTROL FUNCTION**

**A.H.NAGIYEV, F.A.ALIYEVA**

**SUMMARY**

The objective is formulated positional state management static system with the integral constraint in the form of equity in the control function. It is shown that with the introduction of some designs, a feedback problem can be reduced to the problem of stabilization of correlation coefficients of weights for criteria of optimality and feasibility. There has been provided a solution to the problem, based on simulation of technological processes.

**Key words:** optimal loading problem in the continuous production processes, imitation modeling, feedback principle.

*Redaksiyaya daxil oldu: 04.11.2014-cü il*

*Çapa imzalandı: 13.02.2015-ci il*